

**SƏRT PROSESLƏRİN QRİN FUNKSIYALARININ
XROMODİNAMİK ÜSULLA ARAŞDIRILMASI
VƏ ÖLÇÜLÜ DÜZƏNLƏMƏ**

F.S.SADIXOV, H.C.ƏFƏNDİYEVA, G.Ə.SƏFƏROVA
Bakı Dövlət Universiteti

Təklif olunmuş işdə ölçü requlyarlaşmadan istifadə etməklə kvant xromodinamikasında şərt proseslər üçün Qrin funksiyaları hesablanmışdır. Həmçinin elektron-proton cütünün t və \bar{t} cütünə annihilyasiyası və onların adron şırımına çevrilməsinin effektiv kəsiyi hesablanmışdır.

Kvant xromodinamikasında Feynman qaydalarından istifadə etməklə ağac diaqramları ilə təsvir oluna bilən ixtiyari prosesin effektiv kəsiyini hesablamaq mümkündür. Ağac diaqramlarından kənara çıxdıqda, yəni ilgəkli diaqramların hesablanması sahə nəzəriyyəsinin yenidən normalanmasına gətirir. Belə olan halda prosesin matris elementini Qrin funksiyaları ilə ifadə edərək effektiv kəsiyi hesablamaq daha əlverişlidir. Qrin funksiyaları sahə operatorlarının xronoloji hasilərinin vakuuma nəzərən orta qiymətidir. İşdə əsas məqsəd sərt proseslərin Qrin funksiyalarını Dirak tənliyinin həllindən alaraq onları törədici funksionallarla ifadə etməklə effektiv kəsiyi hesablamaqdır.

Kvant xromodinamikasında (rəng dinamikasında) kvark-qulyon qarşılıqlı təsiri laqranjiamı [1]

$$L_{KXD} \equiv L_{krd} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a + \sum_q \bar{\Psi}_q^a (\gamma_\mu D_\mu^{k'k} - m_q) \Psi_q^k \quad (1)$$

ilə təsvir olunur.

Burada

$$\begin{aligned} D_\mu^{k'k} &= \partial_\mu \delta_{k'k} + ig_s \frac{\lambda_{k'k}^a}{2} A_{\nu\mu}^a, \\ G_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \\ D_\mu &= \partial_\mu - ig_s A_\mu^a, \end{aligned} \quad (2)$$

f_{abc} - antisimmetrik quruluş sabitləridir və a, b, c -nin 1,2,3 qiymətlərində

$$f_{123} = 1, f_{147} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$f_{156} = f_{367} = \frac{1}{2}$, $f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ dəyərini alır, yerdə qalan f -lər isə sıfırıncı qiyməti alır.

Sistem “a” halından “b” halına keçid edərsə, bu keçidin ehtimalı funksional $[J(t)]$ ilə ifadə oluna bilər.

$$Z[J^{(o)}] = \langle 0 | T e^{\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt Dq(t) S_{ba}} | 0 \rangle \quad (4)$$

burada

$$\langle b | a \rangle = \int Dq(t) e^{\frac{i}{\hbar} S_{ba}} dt$$

Əgər funksional $Z[J]$

$$Z[J] = e^i \int d^4x [L_o + L_{KXD} + J(x)B(x)] \quad (5)$$

təsvir etsək, Green funksiyası

$$\Gamma(x_1, \dots, x_n) = (-1)^n \frac{\delta^n Z[J]}{\delta J(x) \dots \delta J(x)} \quad (6)$$

olar.

(5) ifadəsində L_o -sərbəst sahənin, L_{KXD} -xromodinamik sahədəki qarşılıqlı təsirin laqranjianıdır, $J(x)$ və $B(x)$ mənbənin və sınaq sahənin potensialıdır.

$$B_\mu^a(x) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ikx} B_\mu(x) \quad (7)$$

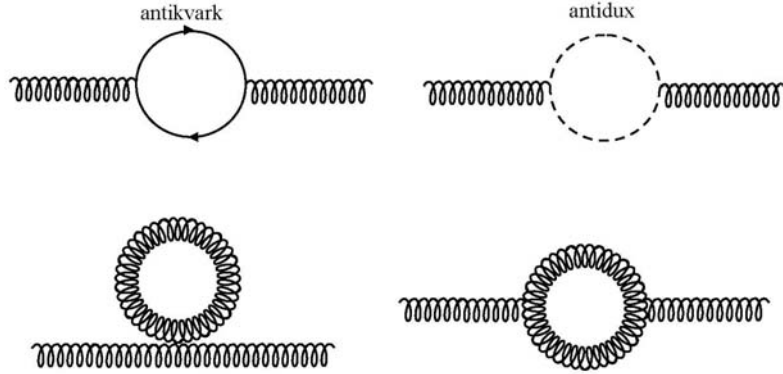
Qlüonun Green funksiyasını

$$\Gamma(q) = D_c(q, \xi) + D_c(q, \xi) \Pi(q) \Gamma(q) \quad (8)$$

götürsək və

$$D_c(q, \xi) X(x) = \Pi(q) X(x) \quad (9)$$

təsvir etsək, qlüonun polarizasiya operatorunu [2]-də olduğu kimi aşağıdakı diaqramlarla göstərə bilərik (Şəkil 1).



Şəkil 1.

1-4 diaqramlarla verilən polarizasiya operatorunu uyğun olaraq $\Pi_{1\mu\nu}^{ab}$, $\Pi_{2\mu\nu}^{ab}$, $\Pi_{3\mu\nu}^{ab}$ və $\Pi_{4\mu\nu}^{ab}$ ilə göstərək. 1 diaqramında kvark-antikvark

cütünü $\frac{i\delta_{\alpha\beta}}{\hat{\kappa}-\mu}\delta_{j\kappa}\frac{i\delta_{\alpha\beta}}{(\hat{\kappa}-\hat{\theta})-\mu}\delta_{j\kappa}$ ilə, 2 diaqramında ruh-antiruhun $\frac{i\delta_{ab}}{k^2}\frac{i\delta_{ab}}{k^2}$ ilə, 3 diaqramında $g_s f_{abc}[(k+q)_\lambda g_{\lambda\nu} + (q-k)_\lambda g_{\mu\nu} + (k+q)_\mu g_{\nu\lambda}]$ ilə, 4 diaqramında $i\frac{g_{\mu\nu} + \varepsilon\frac{k_\mu k_\nu}{k^2}}{k^2}$ ifadəsindən istifadə etsək, 1-4 diaqramlarını KXD-də

$$P_{\mu\nu}^i = \frac{d_s^2}{4\pi^2} \delta_{ab} (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \left[\left(\frac{13}{6} - \frac{\varepsilon}{2} \right) \eta_f \left(\eta - 1 - \ln \frac{-q^2}{\mu^2} \right) + \frac{2}{3} \left(\eta + \frac{5}{3} - \ln 2 - \frac{-q^2}{\mu^2} + \frac{1}{4} \left(\frac{176}{9} + \varepsilon^2 \right) \right) \right] \quad (10)$$

yazarıq.

Şəkil 1-də olan diaqramlara uyğun gələn polyarizasiya operatorları $\Pi_{1\mu\nu}^{ab}$, $\Pi_{2\mu\nu}^{ab}$, $\Pi_{3\mu\nu}^{ab}$ və $\Pi_{4\mu\nu}^{ab}$ ifadələri uyğun olaraq [2,3] aşağıdakı şəkildə təyin olunurlar:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{ab}(q) &= \Pi_{1\mu\nu}^{ab} (\text{kvark} + \text{antikvark}) + \Pi_{2\mu\nu}^{ab} (\text{ruh} + \text{antiruh}) + \\ &+ \Pi_{3\mu\nu}^{ab} (\text{üç qulyon}) + \Pi_{4\mu\nu}^{ab} (\text{dörd qulyon}) \end{aligned} \quad (11)$$

Əgər k üzrə inteqrallama göz önünə alınarsa [4].

1-ci diaqrama uyğun olan $\Pi_{1\mu}^{ab}$ -i

$$\begin{aligned} \Pi_{1\mu\nu}^{ab} &= 2g_s^2 \mu^{4-D} \frac{1}{(4\pi)^{D/2}} 2^{\frac{D-2}{2}} \int_0^1 dx \left\{ g_{\mu\nu} \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}\right) (x^2 q^2 - xq^2)^{\frac{D}{2}} + q^2 g_{\mu\nu} \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}\right) x (x^2 q^2 - xq^2)^{\frac{D}{2}-1} - \right. \\ &\left. - 2q_\mu q_\nu \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}\right) x(1-x) (x^2 q^2 - xq^2)^{\frac{D}{2}-1} \right\} \delta_{ab} \end{aligned} \quad (12)$$

əldə edərik.

D ölçüsünü $D \rightarrow 4$ yaxınlaşdırsaq

$$\Pi_{1\mu\nu}^{ab} = \frac{2}{3} \frac{g_s^2}{16\pi^2} (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \left(\eta - \ln \frac{-q^2}{\mu^2} + \frac{5}{2} - \ln 2 \right); \quad \eta = \ln \frac{q^2}{\mu^2} \quad (13)$$

alırıq.

2-ci diaqram üçün polyarizasiya operatorunu

$$\Pi_{2\mu\nu}^{ab} = i\mu^{D-2} g_s^2 f_{abc} f_{bcd} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k_\mu (k+q)_\nu}{k^2 (k+q)^2} \quad (14)$$

yazarıq.

$D \rightarrow 4$ qəbul etsək inteqrallamanın cavabından yararlınsaq [4], $\Pi_{2\mu\nu}^{ab}$ üçün

$$\begin{aligned} \Pi_{2\mu\nu}^{ab} &= n\delta_{ab} \frac{g_s^2}{16\pi^2} \left\{ -\frac{\eta}{12} q^2 g_{\mu\nu} - \frac{\eta}{6} q_\mu q_\nu + \frac{1}{12} g_{\mu\nu} q^2 \ln \frac{-q^2}{\mu^2} + \right. \\ &\left. + 16q_\mu q_\nu \ln \frac{-q^2}{\mu^2} - \frac{2}{9} q^2 g_{\mu\nu} - \frac{5}{18} q_\mu q_\nu \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

taparıq.

3-cü diaqramaya uyğun polyarizasiya operatorunu

$$\begin{aligned} \Pi_{3\mu\nu}^{ab}(q) = & -i\mu^{4-D} g_s^2 \delta_{ab} \{ f_{abc} f_{cde} (g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} - g_{\rho\nu} g_{\lambda\mu}) + \\ & + f_{ade} f_{cde} (g_{\rho\lambda} g_{\nu\lambda} - g_{\mu\nu} g_{\rho\lambda}) \} x \\ & x \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{k^2} \left[g_{\rho'\sigma} - (1-\alpha) \frac{k_{\rho'} k_{\sigma}}{k^2} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

alırıq.

(16)-da

$$\int \frac{d^D k}{k^2} = 0 \quad (17)$$

olduğu üçün

$$\Pi_{3\mu\nu}^{ab}(q) = 0 \quad (18)$$

olar.

4-cü diaqramına uyğun olan polyarizasiya operatoru

$$\begin{aligned} \Pi_{4\mu\nu}^{ab} = & \mu^{4-D} g_s^2 f_{adc} f_{bcd} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{k^2 (k+q)^2} \left\{ \left[g_{\mu\nu} (q-k)_{\lambda} + g_{\lambda\mu} (q+2k)_{\nu} - g_{\lambda\nu} (k+2q)_{\rho} \right] \times \right. \\ & \left. \left(g_{\rho\sigma} - (1-k) \frac{k_{\rho} k_{\sigma}}{k^2} \right) \left[g_{\gamma\gamma} (2k+q)_{\nu} - g_{\nu\gamma} (k+2q)_{\sigma} + g_{\nu\sigma} (q-k)_{\gamma} \right] \times \right. \\ & \left. \times \left[g_{\lambda\gamma} - (1-\alpha) \frac{(k+q)_{\gamma} (k+q)_{\lambda}}{(k+q)^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

alınar.

$D \rightarrow 4$ limit halında

$$\begin{aligned} \Pi_{4\mu\nu}^{ab}(q) = & -n \delta_{ab} \frac{g_s^2}{16\pi^2} \left\{ \left(q^2 \left(\frac{19}{12} \eta - \frac{19}{12} \ln \frac{-q^2}{\mu^2} + \frac{29}{9} \right) g_{\mu\nu} + \right. \right. \\ & + \left. \left(-\frac{11}{6} \eta + \frac{11}{6} \ln \frac{-q^2}{\mu^2} - \frac{67}{18} \right) q_{\mu} q_{\nu} + \left[(1-\alpha) \left(\frac{1}{2} \eta - \frac{1}{2} \ln \frac{-q^2}{\mu^2} - 1 \right) + \frac{1}{4} (1-\alpha)^2 \right] \times \right. \\ & \left. \left. \times (q^2 g_{\mu\nu} - q_{\mu} q_{\nu}) \right\} \quad \eta = \ln \frac{\mu^2}{\mu^2} \end{aligned} \quad (20)$$

taparıq.

Əgər (13), (15), (18) və (20) cəmləsək [4]

$$\begin{aligned}
\Pi_{\mu\nu}^{ab}(q) = & -\frac{g_s^2}{16\pi^2} (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \delta_{ab} \times \\
& \times \left\{ \frac{1}{2} n + \left[\left(\frac{13}{3} - \alpha \right) \left(\eta - \ln \frac{-q^2}{\mu^2} - 1 \right) + \frac{1}{2} \left(\alpha^2 + \frac{175}{9} \right) \right] - \frac{2}{3} n_f \times \right. \\
& \left. \times \left(\eta - \ln \frac{-q^2}{\mu^2} + \frac{5}{3} - \ln 2 \right) \right\} \quad (21)
\end{aligned}$$

burada n_f kvarkların növü, n - kvarkların ümumi sayı olar.

Məqalədə istifadə olunan integrallar [1] ölçülü requlyariyasyaya görə integral sahə nəzəriyyəsində olan

$$J = \int \frac{d^D p}{(p^2 - 2kp + \ell)^\alpha} = \int \frac{d^D p}{(p^2 - k^2 + \ell)^\alpha} \quad (22)$$

tipli integraldan istifadə olunur. Burada

$$d^D p = ip^{D-1} dp dw$$

dw - cisim bucağını

$$\int du = \frac{2\pi^{D/2}}{\Gamma\left(\frac{D}{2}\right)} \quad (23)$$

göstərək.

$\Gamma\left(\frac{D}{2}\right) - \Gamma$ - funksiyası

$$\Gamma(z) = \int e^{-x} x^{z-1} dx$$

təyin olunur.

Onda

$$\int_0^\infty dx \frac{x^\beta}{(x^2 - \ell)^\alpha} = \frac{1}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + 1\right) \Gamma\left(\alpha - \frac{1}{2}(\beta + 1)\right)}{\Gamma(\alpha)}$$

yazarıq.

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty \frac{\alpha^D p}{(p^2 - 2kp + \ell)^\alpha} &= \frac{i}{(-1)^\alpha} \frac{\pi^{D/2} \Gamma\left(\alpha - \frac{D}{2}\right)}{\Gamma(\alpha) (k^2 - \ell)^{\alpha - \frac{D}{2}}} \\
\int_0^\infty \frac{d^D p p_\mu p_\nu}{(p^2 - 2kp + \ell)^\alpha} &= ik_\mu \frac{i\pi^{D/2}}{(-1)^\alpha \Gamma(\alpha)} \left\{ \frac{\Gamma\left(\alpha - \frac{D}{2}\right)}{(k^2 - \ell)^{\alpha - \frac{D}{2}}} k_\mu k_\nu - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \frac{\Gamma\left(\alpha - \frac{D}{2}\right)}{(k^2 - \ell)^{\alpha - \frac{D}{2}}} \right\} \quad (25)
\end{aligned}$$

alınır.

(21) ifadəsi bütün xromodinamik proseslərdə qülüonlarla mübadilə olan proseslərdə əsas rol oynayır. Bu proseslərdə başlanğıc halda hadron olmadığı üçün e^-e^+ - annihilyasiyasında $t\bar{t}$ kvarklar tam olaraq inklyuziv [5] yaranır.

Elektron-pozitron cütü öncə $t\bar{t}$ -kvark cütünə çevrilir.

$$e^-e^+ \rightarrow t+\bar{t} \rightarrow q\bar{q}b\nu_e\bar{b} + \bar{e}\nu_e b q\bar{q}\bar{b} \quad (26)$$

$$e^-e^+ \rightarrow t+\bar{t} \rightarrow \bar{e}\nu_e b e'\nu_e\bar{b}$$

Təcrübədə hadronlar son halda $4\text{Gev} < \sqrt{s} \leq 7,5\text{Gev}$ intervalında şırım əmələ gətirir və şırım çox kiçik bucaqlı konus daxilində olur.

(26) düsturundan görünür ki, şırımlar g_s^2 təpəsində fermion+antifermion, ruh+ahtiruh və qülüonlar virtual yaranıb məhv olur. (21)-də olan $\Pi_{\mu\nu}^{ab}(q)$ polyarizasiya operator əmələ gəlir. g_μ təpəsindəki b və w -bozonlar üçün

$$\frac{\delta_{\alpha\beta} + \frac{B_\alpha B_\beta}{m_B^2}}{B^2 + m^2} \quad \text{və} \quad \frac{\delta_{\alpha\beta} + \frac{f_\alpha f_\beta}{m_w^2}}{f^2 + m_w^2} \quad \text{popoqatorunu yazıb.}$$

$$H = g_w^4 \frac{\left(\delta_{\alpha\beta} + \frac{B_\alpha B_\beta}{m_B^2} \right) \left(\delta_{\alpha\beta'} + \frac{f_{\alpha\beta'}}{m_w^2} \right)}{(B^2 + m_B^2)(f^2 + m_w^2)} \quad (27)$$

alarıq.

Onda şırımın effektiv kəsiyini [5] izləri hesablamadan sonra almış oluruq.

$$d\sigma_{\text{si}} = \frac{\pi}{J} \alpha_s^2 \alpha_w^2 \frac{d^3 p_\nu}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_{\bar{\nu}}}{(2\pi)^3} \left[p_- p_+ m^2 \left(1 - \frac{p_- p_+}{m^2} \right) S_- S_+ \right. \\ \left. + (s_- p_+) (s_+ p_-) \right] p_\nu p_{\bar{\nu}} \left\{ \frac{1}{(B^2 + m_B^2)^2 (f^2 + m_w^2)^2} \left[\frac{1}{m_w^2} \left(2 + \frac{f^2}{m_w^2} \right) (q^2 f^2 - \right. \right. \\ \left. (qf)(qf)) + \frac{1}{m_b^2} \left(2 + \frac{B^2}{m_b^2} \right) (q^2 B^2 - (qB)(qB)) + \frac{1}{m_w^2 m_b^2} \left[4 + 2 \left(\frac{f^2}{m_w^2} + \frac{B^2}{m_b^2} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{f^2 B^2}{m_w^2 m_b^2} \right] (fB)(q^2 (fB) - (qB)(qf)) \right] \right\} \quad (28)$$

Burada

$$f^2 = p_-^2 + p_\nu^2 - 2p_- p_\nu, \quad q^2 = B^2 + \bar{B}^2 + 2B\bar{B} \\ q = p_b + p_{\bar{b}}, \quad S_- S_+ = \bar{S}_- \bar{S}_+ S_- S_+$$

$$S_o = \frac{1}{m} \bar{\xi} \bar{p}, \quad S_- S_+ = \bar{\xi}_- \bar{\xi}_+ + \frac{(\bar{\xi}_- \bar{p}_-)(\bar{\xi}_+ \bar{p}_+)}{m(E+m)} \quad (29)$$

Ağır kvark olan t -kvark-top kvark adlanır. Top-kvark üstün-kvark (üstün ərəbcə fayk deməkdir) yəni fayk-kvark adlanır. Fayk-kvarkın kvant ədədi [6]:

$$f \equiv t = \frac{1}{6} (1 - \sqrt{15} \lambda_{35}) \equiv \frac{1}{6} (1 + A_1^1) \quad (30)$$

götürmək gərəkdir. λ_{35} və A_1^1 GellMann və Okubo matrisləridir [6].

$$\lambda_{35} = \frac{1}{\sqrt{15}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Beləliklə, t -kvark kvark-qülyondan şırım yaradarkən, tam kəsiyin

$$\frac{\sigma(e^+ e^- \rightarrow hadronlar)}{\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)} = 3(e_u^2 + e_d^2 + e_s^2 + e_c^2 + e_b^2 + e_t^2) \quad (31)$$

dəyər olmasını göstərir.

Qeyd edək ki, kvark-qülyon şırımının yaranmasında

$$T'_{\min} = \min \left(\frac{4}{\pi} \sum_i |\bar{p}_i| \right)^2 \quad \text{kürələşmə və ya}$$

$$T'_{\max} = \max \left(2 \sum_i p_i \left| \sum_i \bar{p}_i \right| \right) \quad \text{- trast}$$

təyini mühüm rol oynayır. Bunların təyin olunmasında müzakirələr gələcək araşdırmalarda aparılacaqdır.

ƏDƏBİYYAT

1. Индурайн Ф., Квантовая хромодинамика, Мир, Москва 1986.
2. Андреев И.В., Хромодинамика и жесткие процессы при высоких энергиях, Наука, Москва, 1981.
3. Чепг Т.П., Ли Л.Ф. Калибровочные теории в физике элементарных частиц. Москва, 1987.
4. Sadıxov F.S. (Mütlütürk), Kvant və yüksək enerjilər fizikasının əsasları, Bakı, Avroga, səh. 251, 2006. (Основы квантовой физика высоких энергий, Баку, Аврора, стр. 251, 2006),
5. Phys. Rev. D., Part I, p. 010001-428, 2003.
6. Sadıxov F.S. Fizikanın müasir problemləri, I konfrans, səh. 31, Bakı, 2007.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ГРИНА ЖЕСТКИХ ПРОЦЕССОВ
ХРОМОДИНАМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ И РАЗМЕРНАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ**

Ф.С.САДЫХОВ, Г.Д.ЭФЕНДИЕВА, Г.А.САФАРОВА

РЕЗЮМЕ

В представленной работе в рамках размерной регуляризации вычислены кванто-хромодинамические функции Грина для жестких процессов. Также вычислены эффективные сечения аннигиляции пары электрон-позитрон в пару t и \bar{t} в дальнейшем в адронный струй.

**QUANTUM CHROMODYNAMICAL INVESTIGATION GREEN'S FUNCTION
OF HARD PROCESSES AND DIMENSIONAL REGULARIZATION**

F.S.SADYKHOV, H.C.AFANDIYEVA, G.A.SAFAROVA

SUMMARY

In this paper is calculated quantum chromodynamical Green functions of hard processes. In calculations dimensional regularization method is used. Also is calculated cross section of electron-positron annihilation to t and \bar{t} pairs.